

МЕТОДЫ УСКОРЕННОГО АНАЛИЗА МНОГОПЕРИОДНЫХ ОБЪЕКТОВ В САПР

ЮРИЙ ЕВСТИФЕЕВ, К. Т. Н.

Известные ученые разных времен (Леонард Эйлер, Джон Релей, Иоганн Бернулли, Даниил Бернулли, Н. Н. Боголюбов, Н. М. Крылов, А. Н. Крылов, А. А. Андронов, Л. М. Мандельштам, К. Ф. Фролов) посвятили свои труды теории колебаний. В теории и практике колебаний важное место отведено колебаниям и объектам, названным многотериодными и являющимися наиболее сложными для анализа, эксперимента и проектирования. Рассмотрим их особенности.

*Все существующее —
от элементарных частиц
до звездных систем —
подвержено колебаниям.
Академик К. Ф. Фролов*

К многопериодным объектам (МО) относятся системы и устройства, в которых при возбуждении могут возникать незатухающие или медленно затухающие колебания (мостовые сооружения, системы подвески автомобиля, источники вторичного электропитания, радиотехнические устройства, лазеры); устройства, которые сами не имеют четко выраженных резонансных свойств, но их нормальное функционирование подразумевает на входах либо колебания с сильно различающимися частотами (отношение максимальной частоте к минимальной f_{\max}/f_{\min} значительно более 1000), либо модулированные колебания [1]. При этом существуют МО высокой добротности, например, лазеры, тактовые кварцевые генераторы (КГ), устройства и приборы, основанные на явлении ядерного магнитного резонанса (ЯМР) с добротностью $Q = 5 \times 10^9$ [2], в которых переходной процесс может длиться кратно значению добротности Q . Экспериментальное изучение явления ЯМР в различных средах представляет собой сложнейший физический эксперимент, и чтобы выявить явление модуляции при биениях, которые возникают при подаче единичного импульса, необходимо записать примерно 10^4 точек, а для определения фазы необходим эталонный генератор, стабильность частоты которого приблизительно равна 10^{-12} – 10^{-13} [2]. Для достоверного анализа переходного процесса математической модели устройства с ЯМР необходимо на каждом периоде резких пикообразных колебаний T выполнять более 1000 шагов численного интегрирования с очень высокой точностью, что-

бы правильно отследить амплитуду, период и фазу колебаний. Явления резонанса возникают в лазерах и КГ. Добротность резонатора Фабри — Перо в лазерах достигает величины порядка 3×10^8 [3]. Широко применяются КГ в радиотехнике и в быту.

МО — явление скорее общее, чем частное, и встречается в разных областях техники и науки: аэродинамике и гидравлике, акустике и оптике, в молекулярной динамике, в объектах микро- и наномира. Выделение МО в особую группу при автоматизированном проектировании связано с большими трудностями анализа переходных процессов и стационарных режимов в таких объектах. В МО необходимо имитировать M периодов колебаний и очевидно, что при M более 10000 анализ с помощью методов численного интегрирования, применяемых в программно-методических комплексах анализа типа MatLab, MathCad, Simulink, SPICE, крайне трудоемок. Это связано с необходимостью выполнять на каждом периоде колебаний более 100 шагов численного интегрирования на каждом периоде колебаний и моделирование переходного процесса на тысячах — миллиардах периодов колебаний, что приводит к недопустимо большим затратам машинного времени T_m и накопленной погрешности машинных вычислений, искажающей достоверность вычислений и приводящей к ошибочным выводам. Повышение точности вычислений за счет удвоенной и учетверенной точности машинных вычислений в разы увеличивает и без того громадные затраты машинного времени T_m . Эти затраты резко ограничивают размер или сложность анализируемых объектов и в целом сильно затрудняют применение САПР при анализе и проектировании МО. Многие важные параметры МО зависят от характера стационарного режима

и переходного процесса, поэтому для улучшения параметров при проектировании систем и устройств выполняются параметрическая оптимизация с подбором регулировочных компонентов, а зачастую и структурную оптимизацию и выбирают наилучший вариант. Важным параметром МО является стабильность работы при наличии внешних и внутренних дестабилизирующих факторов (температура, радиация, тряска, удар и др.). Поэтому при проектировании необходимо исследовать влияние таких факторов на работоспособность и устойчивость работы МО. Процесс автоматизированного и ручного проектирования обычно состоит из ряда типовых задач: синтеза, анализа, оптимизации. Синтез технических устройств нацелен на создание новых вариантов, а анализ используется для оценки этих вариантов, то есть синтез и анализ выступают в процессе проектирования в диалектическом единстве. Задачу определения структуры называют структурным синтезом, задачу определения внутренних параметров объекта проектирования — параметрическим синтезом. Если среди вариантов структуры или параметров объекта ищется наилучший в некотором смысле вариант структуры или вариант параметров, то эти задачи называют, соответственно, структурной и параметрической оптимизацией. При проектировании с помощью САПР разнородных по природе МО процесс проектирования обычно состоит из задач синтеза, анализа и оптимизации, и эти задачи выполняются многократно и взаимосвязано — проектирование является итерационным процессом, цель которого постепенное улучшение технико-экономических показателей проектируемого объекта. При анализе объекта необходимо выполнять одновариантный анализ и многовариантный анализ. Задачами

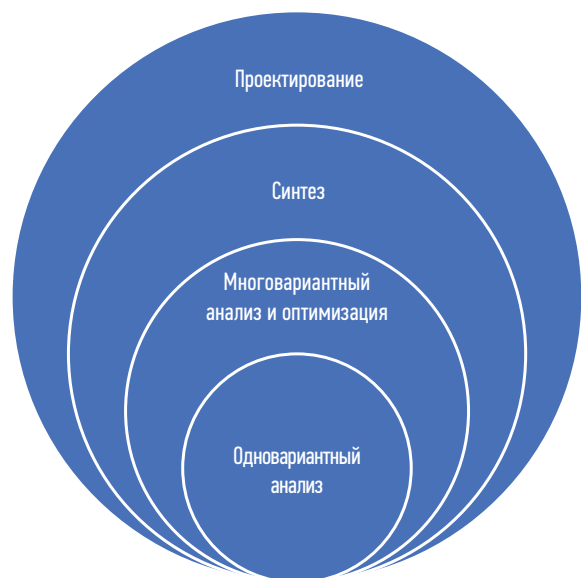


Рис. 1. ▲
Основные проектные
процедуры проектирования

одновариантного анализа являются анализ статического состояния, анализ переходного процесса, анализ частотных характеристик, анализ устойчивости, анализ стационарных режимов колебаний. Необходимо отметить, что все основные параметры, необходимые для оценки свойств МО, могут быть определены из поведения МО в установившемся (стационарном) режиме колебаний. Однако стационарный режим не дает полной картины колебаний и не показывает траекторию переходного процесса колебаний до момента установления. Поэтому теряется информация о времени установления переходного процесса, максимальной амплитуде колебаний, изменении периода колебаний, характере процесса до выхода на стационарный режим. Одновариантный анализ позволяет получить основную информацию о выходных параметрах объекта в заданной отображающей точке (амплитуда, фаза, частота, энергия и мощность колебаний и др. параметры). Полную картину колебаний может дать решение обеих задач: расчет переходного процесса и стационарного режима. Задачи многовариантного анализа заключаются в исследовании поведения объекта в некоторой окрестности отображающей точки, то есть в некоторой области внешних (температура, давление, влажность, радиация и др.) и внутренних параметров. К задачам многовариантного анализа относятся, прежде всего, статистический анализ, анализ чувствительности (влияние технологического разброса параметров компонентов), анализ работоспособности и устойчивости в заданной области внутренних и внешних параметров. Обычно многовариантный анализ требует многократного выполне-

ния одновариантного анализа. При оптимизации также многократно выполняется одновариантный анализ. Следовательно, процесс проектирования включает процедуры синтеза, многовариантного анализа и оптимизации, и одновариантного анализа, которые вкладываются одна в другую, как русские матрешки, причем одновариантный анализ является составной частью процедур многовариантного анализа, оптимизации и синтеза (рис. 1). Поэтому одновариантный анализ необходимо выполнять с наименьшими затратами машинного (компьютерного) времени T_m . Наиболее общим видом одновариантного анализа является анализ переходного процесса. К анализу переходного процесса можно свести анализ статических состояний и анализ стационарного режима.

Пусть имеются ЭВМ 4- и 5-го поколения с временем выполнения длиной операции тдл (деление, умножение) 10^{-9} и 10^{-12} с (соответственно миллиард и триллион операций в секунду). Оценим машинное время выполнения анализа переходного процесса для нескольких МО. Допустим, что на периоде колебаний выполняется $m = 1000$ шагов численного интегрирования, размер математической модели, описывающий ЯМР равен $N = 10$, длительность переходного процесса равна $S = \beta Q$ ($\beta = 2-4$) периодов колебаний и для определенности равна $S = 10 \times 10^9$. Затраты машинного времени T_m при расчете переходного процесса будут в основном определяться временем решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), решаемых на каждом шаге интегрирования и оцениваются по формуле $T_m = \mu m S \text{дл} N^3/3$, где μ количество итераций Ньютона на каждом шаге решения СЛАУ в среднем равно 3, N (здесь $N = 10$) размер СЛАУ, $a = 1,2-1,5$ для разреженных и $a = 3$ для заполненных матриц. T_m при анализе переходного процесса с помощью ЭВМ и 4- и 5-го поколения в приведенных примерах с добротностью 5×10^9 и 3×10^8 соответственно равны 116 и 7 суток и 2 ч 47 мин и 10 мин 5 с. Для расчета переходного процесса высокочастотного КГ с добротностью $Q = 10^5$ неявным методом трапеций при $m = 10000$ потребуется 69,4 суток и 1 ч 40 мин. При многовариантном анализе и оптимизации обычно анализируется порядка 100 вариантов и каждый раз проводится расчет переходного процесса и для этих примеров машинное время увеличивается в 100 раз. Применение ЭВМ 5-го поколения при многовариантном анализе и оптимизации этих приме-

ров потребует соответственно 11,6, 0,7 и 6,94 суток машинного времени при вычислениях с удвоенной точностью, которой может оказаться недостаточно для получения достоверного результата и тогда нужно проводить расчет с учетверенной точностью. Это значительно увеличит время расчета. Данные примеры показывают недопустимые затраты машинного времени, которые не позволяют проводить многовариантный анализ и оптимизацию многооперационных объектов такой природы. Эти примеры невелики — их размер всего $N = 10$, а реальные объекты гораздо больше. В молекулярной динамике, в объектах микро- и наномира, в более сложных радиотехнических устройствах могут возникать несколько устойчивых состояний (аттракторов), которые нужно анализировать и поэтому здесь, возникает еще большая сложность при моделировании. Поэтому в САПР при проектировании МО необходимо применять наиболее эффективные методы анализа переходного процесса, основанные на новейших достижениях вычислительной математики и техники, ускоряющие вычисления. Простым увеличением быстродействия ЭВМ не обойтись. Проблема значительного ускорения анализа нелинейных МО в САПР, несмотря на многочисленные попытки ее решения разными способами, пока еще не нашла удовлетворительного решения и актуальность данной проблемы в наше время повышается поскольку с усложнением систем и устройств растет объем вычислений. В отечественной литературе в работах [4, 5] дан обзор по методам автоматизированного схемотехнического проектирования нелинейных радиотехнических цепей. В настоящей работе описаны наиболее известные методы анализа МО для САПР и их достоинства и недостатки.

Наибольшее распространение получили методы, которые удобно сгруппировать на временные и частотные. К временным (анализ во временной области) относятся методы численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) или дифференциально-алгебраических уравнений (ДАУ) и ускоренные методы, а к частотным — спектральные методы и методы, использующие аппарат функциональных рядов Вольтерра (ФРВ) [4, 5]. Такое разделение методов в большей мере условно, поскольку встречаются различные комбинированные методы. Наибольшее применение для анализа периодических и квазипериодических режимов МО нашли временные ускоренные мето-

ды, к которым относятся методы экстраполяции, поисковые методы, основанные на методе Ньютона, и методы оптимизации. Эти группы методов имеют свои достоинства и недостатки, кратко рассмотрим и сравним эти методы, обращая внимание на область их применения, достоинства и недостатки при реализации в САПР.

Первый ускоренный метод поиска стационарных периодических режимов в нелинейных радиотехнических цепях, основанный экстраполяции Эйткена — Стефенсона предложен 11 ноября 1968 года и опубликован в 1970 году в работе советских ученых [6]. На двух примерах показано ускорение поиска в 2,7 раза и более чем в 10 раз по сравнению расчетом методом численного интегрирования системы ОДУ. Метод обладает суперлинейной сходимостью. Другие экстраполяционные методы [7–9] обладают квадратичной сходимостью. В 1972 году предложен поисковый метод анализа стационарных периодических режимов на основе метода Ньютона в сочетании с неявными методами интегрирования [10]. В этой работе рассмотрен случай, когда модель МО представлена системой ОДУ, разрешенной относительно производных. В работах [11, 12] этот метод обобщен на общий случай для систем ДАУ не разрешенных относительно производных. Методы [10–12] обладают квадратичной сходимостью. Методы оптимизации основаны на минимизации целевой функции: минимум отклонения от периодического решения, обладают суперлинейной сходимостью и более сложны в реализации, так как требуют применения методов оптимизации. Методы экстраполяции, поисковые методы, основанные на методе Ньютона, и методы оптимизации можно применять для автономных и неавтономных систем, для явной и неявной форм представления ОДУ. Методы экстраполяции просты в реализации и требуют только постпроцессорной обработки данных. Недостатками вышеречисленных методов являются невозможность применения при многочастотном входном воздействии, когда отклик является квазипериодическим и возникают трудности в определении начала установившегося режима, большие затраты машинного времени при анализе систем в режиме воздействия сигналов с сильно различающимися частотами (в случае модулированного по амплитуде сигнала для выполнения одной итерации требуется проинтегрировать $S = f_{\max} / f_{\min}$ периодов колебаний и T_m увеличивается в S раз), недопустимо

ТАБЛИЦА 1. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Порядок р-метода	Число шагов, m								
	10	10 ²	10 ³	10 ⁴	10 ⁵	10 ⁶	10 ⁷	10 ⁸	10 ⁹
2	20	100	500	2000	10000	–	–	–	–
4	8	12	25	50	100	200	–	–	–
6	4	6	10	15	25	35	50	80	120

большие затраты машинного времени при анализе высокодобротных МО (при добротности 10⁵ для правильного воспроизведения амплитуды колебания необходимо выполнить 10 000 шагов интегрирования неявным методом трапеций на одном периоде колебаний T: произведение ошибки интегрирования на периоде колебаний на величину добротности должно быть меньше изменения переменных за один период T [10]). Для устранения этих недостатков предложены ускоренные методы, выполняющие шаг сразу на несколько периодов колебаний по огибающей переходного процесса [13–15] при известном периоде колебаний и выполняющие расчет переходного процесса. Используемые при этом методы интегрирования были неустойчивые, искажали амплитуду и фазу колебаний и приводили к неверным результатам и оказались не пригодны для изменяющегося периода колебаний. Известно, что при анализе переходного процесса в идеальном колебательном контуре с незатухающими колебаниями, при использовании неявного метода Эйлера происходит затухание колебаний, а явный метод Эйлера дает бесконечное нарастание колебаний. Требуются методы, дающие правильную картину колебаний, иначе получим неверный результат. В работах [16–18] на тестовых задачах показано, что правильную амплитуду и фазу колебаний дают только методы интегрирования с областью устойчивости, полностью совпадающей с левой полуплоскостью чисел hλ с осями Im(hλ) и Re(hλ), где h и λ соответственно шаг интегрирования и собственное значение тест-уравнения dy/dt = λy. В [17] дано определение: метод называется AL-устойчивым, если его область абсолютной устойчивости совпадает с левой полуплоскостью чисел hλ, а прямая Im(hλ) является границей между областями устойчивости и неустойчивости. В этой работе экспериментально на тестах исследованы AL-устойчивые методы интегрирования 2-, 4- и 6-го порядков точности (неявные методы: трапеций и Ракитского 4- и 6-го порядка [19]); исследована зависимость числа шагов на периоде колебаний T для простого колебательного контура

[10] от добротности Q и порядка метода p при заданной локальной точности ε = 0,1/Q. Решение сравнивалось с аналитическим, вычисления проводились с постоянным шагом и двойной точностью, результаты сведены в таблице 1.

Численные эксперименты на нелинейных задачах, к которым относятся кварцевые генераторы, лазеры, радиотехнические схемы СВЧ-приборов и других МО, показали многократное уменьшение числа шагов на периоде колебаний T при численном интегрировании AL-устойчивыми методами по сравнению с методами, не обладающими этим свойством. Создана библиотека AL-устойчивых методов повышенного порядка точности для уменьшения затрат машинного времени. Эти требования стали центральными для дальнейшей разработки ускоренных методов анализа МО.

Перспективные ускоренные методы основаны на идее плавного изменения огибающей переходного процесса и пропуске нескольких периодов колебаний T за один шаг H по огибающей [13, 14]. Вместо анализа методом численного интегрирования всего переходного процесса выполняются «скачки» по огибающей до завершения переходного процесса и обеспечивается многократное ускорение анализа.

Пусть математическая модель МО описывается системой ОДУ вида:

$$dx/dt = f(x,t), x(t_0) = x_0 \quad (1)$$

Известен период колебаний T, начальные условия x0 и t0 заданы.

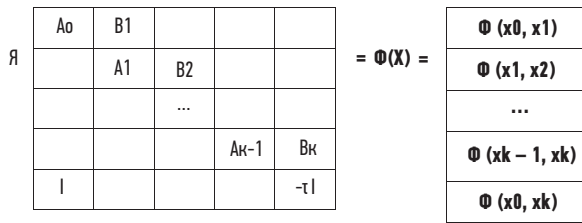
В методе вложенного интегрирования многопериодных систем (ВИМС) [20] интервал времени [t0, t0 + T] разбивается на k отрезков h1, ..., hk, где hk — шаг интегрирования и для моментов времени t1, t2, ..., tk, где tk = tk - 1 + hk и составляется система kN уравнений:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + h_1 \psi(x_0, x_1), \\ x_2 &= x_1 + h_2 \psi(x_1, x_2), \end{aligned} \quad (2)$$

...

$$x_k = x_{k-1} + h_k \psi(x_{k-1}, x_k),$$

где ψ(xj-1, xj) — нелинейная вектор-функция метода интегрирования.



Здесь $A_k = -I - h_k \cdot 1 \frac{d\psi}{dx_k}, k=0, 1, \dots, k-1$;
 $B_k = I + h_k \frac{d\psi}{dx_k}, k=1, 2, \dots, k$;
 I — единичная матрица.

Рис. 2. Матрициант Я

Система уравнений (2) описывает численный метод интегрирования внутри периода T.

Вектор неизвестных системы (2) содержит $(k+1)N$ (x_0, \dots, x_k) неизвестных. Доопределим систему (2) краевым условием $(x_k - x_0)/T = (x_k - x_0)/(Hn + T)$, (3) связывающим значения векторов x_0, x_0, x_k в времени t_0, t_0, t_k по неявной формуле Эйлера. Здесь x_0 и x_0 — векторы переменных состояния, соответствующие текущему шагу Hn и предыдущему шагу $Hn-1$ внешнего интегрирования, n — номер шага внешнего интегрирования. Объединяя системы уравнений (2) и (3), имеем замкнутую систему уравнений с $(k+1)N$ неизвестными:

$$\begin{aligned} \Phi(x_0, x_1) &= x_1 - x_0 - h_1 \psi(x_0, x_1) = 0 \\ \Phi(x_1, x_2) &= x_2 - x_1 - h_2 \psi(x_1, x_2) = 0 \\ &\dots \\ \Phi(x_{k-1}, x_k) &= x_k - x_{k-1} - h_k \psi(x_{k-1}, x_k) = 0, \\ \Phi(x_0, x_k) &= x_0 - \tau x_k - b x_0 = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\tau = Hn/(Hn + T)$, $b = T/(Hn + T)$.

Система (4) решается методом Ньютона:

$$X^i = X^{(i-1)} - [Y^{(i-1)}]^{-1} \Phi(X^{(i-1)}),$$

i — номер итерации, на каждой итерации которого решается СЛАУ вида:

$$Y^{(i-1)}(X^i - X^{(i-1)}) = -\Phi(X^{(i-1)}), \quad (5)$$

где Y — итерационная матрица (матрициант), $\Phi(X)$ — вектор невязок.

Блочно-разреженная структура матрицианта Y (рис. 2) позволяет эффективно решать систему уравнений (4). В методе шаги внутреннего интегрирования h вложены во внешние H и метод назван вложенным интегрированием многоперiodных систем (ВИМС). Методы внутреннего и внешнего интегрирования могут иметь разные порядки точности. Основные достоинства метода ВИМС: матрициант получается в аналитическом виде и конструируется из подматриц A_k, B_k (разреженность подматриц можно учесть), которые легко вычисляются в любой программе анализа, шаг внешнего интегрирования H не ограничен, т.к. для интегрирования применяются A-устойчивые неявные методы интегрирования. Достоинством метода ВИМС является малые затраты машинной памяти при решении СЛАУ из-за специальной структуры матрицианта. Исключение переменных можно проводить с использованием блочного исключения подматриц, храня в оперативной памяти только исключаемые блоки, а остальную часть матрицианта и неизменяемые правые части можно вынести на внешнюю память на диске.

Проверка эффективности метода ВИМС проведена на тестовых схемах высокочастотного фильтра [21] с продолжительностью процесса

колебаний 1120 периодов колебаний и амплитудного детектора с продолжительностью процесса колебаний 1000 с при отношении несущей и модулирующей во входном сигнале частот равном 500 [20, рис. 2] при двух значениях глубины амплитудной модуляции: 0,1 и 0,2. При заданных значениях локальных погрешностей интегрирования переменных состояния $\epsilon = 0,01$ результаты, полученные с помощью комбинированного неявно-явного метода численного интегрирования 2-го порядка точности и метода ВИМС совпали на всем отрезке интегрирования с практически приемлемой точностью. Результаты сведены в таблице 2. В таблице 2: γ — глубина амплитудной модуляции $N_{ш}$ — число шагов, N_{cp} и N_{max} — среднее и максимальное отношение шага внешнего интегрирования к периоду колебаний T.

Ускорение анализа по сравнению с прямым численным интегрированием пропорционально среднему шагу N_{cp} по огибающей.

Для ускорения анализа предложен адаптивный метод ВИМС [22] с выбором порядка метода со 2-го по 6-й внутреннего интегрирования и предложен неявно-явный метод ВИМС 2-го порядка точности, ускоривший анализ на ряде тестов в 2-3 раза по сравнению с методом ВИМС 1-го порядка [22]. При анализе переходного процесса колебательно-го контура с добротностью $Q = 10^5$, $Q = 10^6$ и высокочастотного фильтра для внутреннего интегрирования выбран метод Ракитского 6-го порядка с числом шагов на периоде колебаний соответственно равно 25, 35 и 15, а для амплитудного детектора — неявный метод трапечек с числом шагов на периоде колебаний 20. Временные интервалы 2- и 3-го теста увеличены: соответственно до 1904 и 2000 периодов колебаний T (было 1120 и 1000). Результаты приведены в таблице 3.

Ускорение анализа по сравнению с прямым численным интегрированием пропорционально среднему шагу N_{cp} по огибающей.

В работе [23] метод ВИМС реализован для поиска стационарных периодических режимов. В работе [24] предложен метод ВИМС для анализа МО с неизвестным изменяющимся периодом колебаний для моделирования стационарного и переходного процесса. В этой работе впервые в мире проведен анализ переходного процесса двух вариантов высокочастотного КГ Мороцуми [25] для наручных электронных часов. Добротность КГ Мороцуми $Q = 137\,000$. До этого вычислитель-

ТАБЛИЦА 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДА ВИМС

Тест	Метод интегрирования			
	Комбинированный	ВИМС		
		$N_{ш}$	$N_{ш}$	N_{cp}
Высокочастотный фильтр $\epsilon = 0,01$ $\epsilon = 0,02$	26620	140	8	20
	20280	70	16	36
Амплитудный детектор $\gamma = 0,1 \epsilon = 0,01$ $\epsilon = 0,02$	22100	44	23	8
	20011	31	32	48
Амплитудный детектор $\gamma = 0,2 \epsilon = 0,01$ $\epsilon = 0,02$	40018	62	16	30
	31505	49	20	32

ТАБЛИЦА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ АДАПТИВНОГО МЕТОДА ВИМС

Тест	Метод интегрирования			
	ВИМС1		ВИМС2	
	$N_{ш}$	N_{cp}	$N_{ш}$	N_{cp}
Колебательный контур [10] $Q = 10^5 \epsilon = 0,1 / Q$ $Q = 10^6 \epsilon = 0,1 / Q$	72	2400	30	6000
	72	24000	30	60000
Высокочастотный фильтр [20] $\epsilon = 0,01$	147	13	51	38
Амплитудный детектор $\gamma = 0,1 \epsilon = 0,01$	147	13	59	34

ные возможности ЭВМ того времени не позволяли проведение анализа КТ прямым численным методом интегрирования и другими ускоренными методами. Для расчета переходного процесса методом Ракитского 6-го порядка по оценке потребовалось бы 300–600 ч машинного времени ЭВМ ЕС-1055. Было проведен моделирование двух вариантов КТ А и В по одной схеме с разными параметрами пассивных компонентов при заданной относительной локальной погрешности внутреннего и внешнего интегрирования 10^{-7} и 10^{-2} , относительная погрешность определения периода задавалась равной 10^{-7} , решались три задачи: 1-я — анализ стационарного режима при постоянном значении напряжения питания, 2-я — при имитации включения питания и 3-я — при имитации включения модулированного питания. При решении 1-й задачи для вариантов А и В потребовалось соответственно 4 и 3 итерации, время счета на ЭВМ ЕС-1055 40 и 30 с. При решении 2-й задачи для вариантов А и В сделано соответственно 448 и 370 шагов по огибающей со средними шагами 350 и 479 периодов колебаний и максимальными шагами 7259 и 10931 периодов колебаний за один шаг метода ВИМС. Время счета соответственно 25 и 15 мин. При решении 3-й задачи для вариантов А и В сделано соответственно 40 и 30 шагов по огибающей со средними шагами 825 и 1100 периодов колебаний и максимальными шагами 4549 и 5832 периодов колебаний за один шаг метода ВИМС. Время счета соответственно 2 и 1,5 мин. Максимальные амплитуды напряжений на емкости в стационарном режиме для вариантов А и В равны 15 190 и 1894 В, периоды колебаний — 30,516483 и 30,514892 мкс. Суточный «уход» часов в вариантах А и В составил 0,06 и 0,23 с, что вполне допустимо для бытовых наручных часов. Таким образом была получена возможность параметрического и структурного синтеза кварцевых генераторов при разных схемах и параметрах и имитации разных режимов работы, включая разные температурные условия и напряжения питания, что существенно ускорило проектирование электронных часов и дало значительный экономический эффект в часовой промышленности.

В итоге метод ВИМС обобщен на случай анализа переходного процесса и поиска периодических режимов МО с изменяющимся периодом колебаний. Дальнейшие разработки по методам ВИМС [26–28] были направлены на повышение

эффективности методов. В работе [28] предложен метод ВИМС с явным АЛ-устойчивым методом внешнего интегрирования 2-го порядка и устранен недостаток методов ВИМС — большие затраты машинного времени при решении СЛАУ большего размера. Метод может использоваться последовательно-параллельно: внутреннее интегрирование, основанное на неявных методах, выполняется последовательно, а внешнее, основанное на явном АЛ-устойчивом методе параллельно одновременно на нескольких процессорах или ядрах. Дополнительное значительное ускорение вычислений при решении больших СЛАУ для методов внутреннего интегрирования дает метод подпространств Крылова.

Таким образом, разработано, реализовано и протестировано семейство методов ВИМС для ускоренного анализа стационарного и переходного процесса МО с постоянным и изменяющимся периодом колебаний Т. Методы ВИМС в условиях санкций к России в отношении зарубежных САПР будут хорошим инструментом для анализа и проектирования разнородных МО при включении их в отечественные САПР и обеспечат независимость от зарубежных САПР. ●

ЛИТЕРАТУРА

- Норенков И. П. Введение в автоматизированное проектирование технических устройств и систем. М.: Высшая школа, 1986.
- Пиппард А. Физика колебаний. М.: Высшая школа, 1985.
- Козанне А., Флере Ж., Матр Г., Руссо М. Оптика и связь. Оптическая передача и обработка информации. М.: Мир, 1984.
- Ильин В. Н., Жигалов И. Е., Ланцов В. Н. Методы автоматизированного схемотехнического проектирования нелинейных радиотехнических цепей // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1985. Т. 28. № 6.
- Актуальные проблемы моделирования в системах автоматизации схемотехнического проектирования. Отв. ред. Степковский А. Л. М.: Наука, 2003.
- Синицкий Л. А., Шумков Ю. М. О поиске периодических режимов в нелинейных цепях численными методами // Теоретическая электротехника. 1970. № 9.
- Скельбоз С. Временной стационарный анализ нелинейных электрических систем // ТИИЭР. 1982. Т. 70. № 10.
- Соколов А. Г., Перминов В. Н. Расчет стационарных режимов микроразличных схем // Микроразличная (АН СССР). 1984. Т. 13. № 5.
- Бравов В. В., Перминов В. Н., Соколов А. Г. Расчет стационарных режимов автогенераторных схем // Радиотехника. 1987. № 8.
- Эйприл Т., Трик Т. Анализ стационарного режима нелинейных цепей с периодическими входными сигналами // ТИИЭР. 1972. Т. 60. № 1.

- Эйприл Т., Трик Т. Определение периодического стационарного отклика систем, описываемых неявными уравнениями состояния, методом Ньютона // ТИИЭР. 1972. 60. № 7.
- Гурарий М. М., Русаков С. Г., Зарудный Т. И. Моделирование на ЭЦВМ периодических процессов в интегральных схемах // Автоматика и вычислительная техника. 1973. № 1.
- Strohbrand P. H., Laur R., Engl W.Z. TNPT-an efficient method to simulate forced nonlinter RF in time domain // IEEE J. 1977. V. 50. No. 12.
- Petzold L. R. An efficient method for highly oscillatory differential equations // SIAM J.Numer. Anal. 1981. V. 18. No 13.
- Гурарий М. М., Жаров М. М., Русаков С. Г., Ульянов С. Л. Адаптивный алгоритм анализа схем с колебательными режимами // Проблемы разработки перспективных микро- и наноразличных систем (МЭС). 2020. Вып. 3.
- Евстифеев Ю. А., Маничев В. Б. Эффективный А-устойчивый метод интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений для программ анализа электронных схем // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1986. № 11.
- Евстифеев Ю. А. Разработка математического и программного обеспечения анализа многопериодных объектов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Специальность 05.13.12-системы автоматизации проектирования. Дсп. Москва: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1987.
- Белоцерковский А.С., Евстифеев Ю.А. Реализация эффективных методов интегрирования для анализа многопериодных электронных схем // Радиотехника. 1989. № 4.
- Ракитский Ю. В., Устинов С. М., Черноуцкий И. Г. Численные методы решения жестких систем. М.: Наука, 1979.
- Норенков И. П., Евстифеев Ю. А., Маничев В. Б. Метод ускоренного анализа многопериодных электронных схем // Радиотехника. 1987. № 2.
- Бармаков Ю. Н., Бахов В. А., Ильин В.Н. и др. Результаты исследования ряда программ анализа электронных схем // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1981. Т. 24. № 6.
- Норенков И. П., Евстифеев Ю. А., Маничев В. Б. Адаптивный метод ускоренного анализа многопериодных электронных схем // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1987. Т. 30. № 6.
- Норенков И. П., Евстифеев Ю. А., Маничев В. Б. Метод стационарного анализа многопериодных электронных схем // Радиотехника. 1987. № 11.
- Норенков И. П., Евстифеев Ю. А. Метод ВИМС и его использование для моделирования процессов в кварцевых генераторах // Радиотехника. 1989. № 7.
- Moruzumi S. Reduction de la consommation elekrigul des circuits integer pours montres // Annales francais de chonometric de de microtecyigue. 1978. V. 32. No 2.
- Евстифеев Ю. А. Простой экономичный метод анализа многопериодных электронных схем // Радиотехника. 1990. № 10.
- Евстифеев Ю. А., Евстифеева Л. Е. Экономичный метод анализа многопериодных электронных схем // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1990. Т. 33. № 6.
- Евстифеев Ю. А., Евстифеева Л. Е. Метод ускоренного анализа переходных процессов в многопериодных объектах // Радиотехника. 1991. № 7.